



UFRRJ



PROPPG  
Pro-Reitoria de Pesquisa  
e Inovação  
UFRRJ



**RAIC 21/22**  
IX Reunião Anual de  
Iniciação Científica

**RAIDTEC 21/22**  
III Reunião Anual de Iniciação em  
Desenvolvimento Tecnológico  
e Inovação

# Nossas Cientistas:

*mulheres e ciência no Brasil,  
ontem e hoje*



1. Carolina Maria de Jesus  
2. Bertha Lutz  
3. Maria Conceição  
4. Lella Gonzales  
5. Mayana Zatz  
6. Sonia Guimarães

## MEDIDAS INVARIANTES E RECORRÊNCIA

IX Reunião Anual de Iniciação Científica da UFRRJ (RAIC 2021/2022) e III Reunião Anual de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação (RAIDTEC 2021/2022) - UFRRJ, 0ª edição, de 15/05/2023 a 19/05/2023  
ISBN dos Anais: 978-65-5465-041-0

**JAVARÁ; Nayane Nicoli <sup>1</sup>, BARRAGÁN; Andrés Mauricio López <sup>2</sup>**

### RESUMO

**Introdução** A Teoria Ergódica estuda as propriedades estatísticas de sistemas dinâmicos, em que lida com os sistemas onde a medida permanece invariante à medida que a ação de uma dinâmica acontece. O matemático Henri Poincaré foi um dos responsáveis pelo importante resultado dentro desta Teoria. Interessado no movimento de corpos celestes, Poincaré mostrou que, para quase todo estado inicial de um sistema, a solução da equação diferencial retorna de forma arbitrária para perto do estado inicial, a menos que vá para o infinito. Além disso, ele apresentou que essa propriedade recorrente vale sempre que o sistema admite uma medida invariante. Esta conclusão se tornou o Teorema de Recorrência de Poincaré, e este foi o objeto de estudo do nosso trabalho.

**Objetivos** O objetivo da pesquisa foi estudar Sistemas Dinâmicos com foco nas Teorias da Medida e Ergódica. Sendo assim, estudamos as definições e resultados da Teoria da Medida, que servem de base para a Teoria Ergódica; além de estudarmos conceitos básicos da Teoria Ergódica e exemplos que colaborem para o entendimento dos principais resultados estudados. **Metodologia** Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, através da leitura de livros didáticos e artigos científicos da área de Teoria da Medida e Sistemas Dinâmicos. **Resultados** O principal objeto de estudo da Iniciação Científica foi o Teorema de Recorrência de Poincaré. Existem duas versões desse Teorema, porém, focamos na versão que está formulada no contexto de espaços de medida, visto que todo o estudo foi feito com foco na Teoria da Medida e temos as propriedades para o entendimento do Teorema através da versão mensurável. O resultado afirma que, dada qualquer medida invariante finita, quase todo ponto de qualquer conjunto mensurável regressa a esse mesmo conjunto um número infinito de vezes. Sendo assim, o foco da Iniciação Científica foi estudar os conceitos básicos e resultados da Teoria da Medida, como funções mensuráveis e integral de Lebesgue, pois estes conceitos formam uma base importante para entender a Teoria Ergódica. Além disso, trabalhamos com a definição de medida invariante e, com

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, nayanenicoli1@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, andresmlopezb@gmail.com

objetivo de compreender e aplicar o teorema estudado, trabalhamos com a expansão decimal, uma construção que traz um resultado interessante e que complementa nosso estudo.

**PALAVRAS-CHAVE:** medida, recorrência de Poincaré